This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

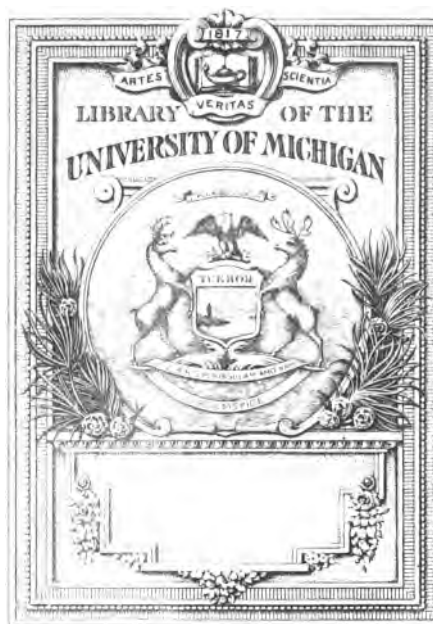
+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.


1817
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN

Physics Library
Science Library
QC
495
.Z89

ÜBER DIE

NATUR DER MISCHFARBEN

AUF GRUND DER UNDULATIONSHYPOTHESE

961

VON

DR. O. ZOTH

PROFESSOR DER PHYSIOLOGIE IN GRAZ

MIT 3 TEXTFIGUREN UND 10 KURVENTAFELN

DRUCK UND VERLAG VON FRIEDR. VIEWEG & SOHN

BRAUNSCHWEIG 1914

Alle Rechte vorbehalten.

Copyright, 1914, by Friedr. Vieweg & Sohn,
Braunschweig, Germany.

Es empfiehlt sich, von Zeit zu Zeit die Veränderungen der Anschauungen über die Grundlagen von Hypothesen zu prüfen, die durch die fortschreitenden Erkenntnisse in dem Bereiche jener Grundlagen bedingt sind. Daraus ergibt sich gelegentlich die Notwendigkeit von Abänderungen oder Anpassungen der Hypothesen selbst oder ihrer Ausdrucksweisen und zum mindesten oft Klärung von Begriffen und Vorstellungen über wesentliche Bestandteile derselben.

In der vorliegenden Abhandlung wird der Versuch einer solchen Überprüfung der physikalischen Grundlagen der physiologischen Farbenhypothesen auf der Basis der Undulationshypothese unternommen. Es wird dabei vorausgesetzt, daß diese trotz mancher Anfechtungen doch noch einige Zeit bestehen werde. Im übrigen dürfte es am Platze sein, gleich zu betonen, daß wir uns selbstverständlich dem Standpunkte Duhems anschließen müssen, wenn er sagt[1]): „Wenn wir bei Gelegenheit einer optischen Theorie auch von der Lichtschwingung sprechen, denken wir doch nicht an eine wahrhaftige hin und her gehende Bewegung eines wirklichen Körpers. Wir stellen uns nur eine abstrakte Größe, einen rein mathematischen Ausdruck vor. Die periodisch wechselnde Länge dient uns dazu, die Hypothesen der Optik zu formulieren, durch regelrechte Rechnungen die experimentell feststellbaren Gesetzmäßigkeiten des Lichtes abzuleiten. Diese Schwingung ist für uns ein Bild, aber keine Erklärung".

Die hauptsächlichen Ergebnisse dieser Arbeit stammen bereits aus den Jahren 1898 bis 1900. Eine unscheinbare und bisher anscheinend wenig beachtete Mitteilung von H. Hartridge in den Proceedings of the Physiological Society vom 23. November 1912[2]) veranlaßte mich zur Publikation. Meine Ergebnisse decken sich

[1]) P. Duhem, Ziel und Struktur der physikalischen Theorien. Aut. Übersetzung von F. Adler, S. 29—30. Leipzig 1908, J. A. Barth.

[2]) „The sensation of yellow." The Journ. of Physiol., Vol. XLV, S. XXIX—XXX.

275868

mit den von Hartridge ausgesprochenen Anschauungen. In d vorliegenden Abhandlung erscheint einiges von ihm angedeut weiter ausgeführt und etwas eingehender begründet. —

Im Gebiete der Farbenlehre haben sich die Anschauunge sowie im besonderen auch die Ausdrucksweisen von Newton bz Huyghens bis in die letzte Zeit im großen und ganzen weni verändert. In neueren und neuesten physikalischen und physi logischen Lehr- und Handbüchern und Arbeiten liest man ähnlic wie schon bei Newton von der „Zusammensetzung" des weiße oder eines anderen gemischtfarbigen Lichtes aus verschiedene Farben, bzw. Bestandteilen verschiedener Wellenlängen od Schwingungszahlen, der Erzeugung von Mischfarben durch gleich zeitige Beleuchtung einer Netzhautstelle mit „Licht zweier od mehrerer verschiedener Grade der Schwingungsdauer" (Helm holtz), oder durch „mehrere homogene Strahlungen" (Fick) „zusammengesetzte Strahlungen oder Strahlgemische" (Hering) „zwei oder mehrere verschiedene Lichter" (Kries) u. dgl.

Streng genommen entsprachen solche und ähnliche Ausdrucksweisen schon der damaligen physikalischen Auffassung des Zustandekommens von Mischfarben auf Grund der Undulationshypothese nicht; es möge dahingestellt bleiben, ob sie auch nur als erlaubte Schematisierungen angesehen werden können: meines Erachtens lag wenigstens kein besonderes Bedürfnis nach solchen vor. Andererseits liegt die Gefahr nur zu nahe, daß die richtigen Vorstellungen über das Wesen der Hypothese selbst und ihre folgerichtigen Schlüsse durch solche ungenaue Ausdrucksweisen beeinträchtigt und beirrt werden. Schon Beer hat vor mehr als 50 Jahren — meines Wissens als erster, in klarer Weise die Form vor geschrieben, in der die übliche Ausdrucksweise — und dami wohl auch vielfach die Vorstellung — den Grundbegriffen de Undulationshypothese besser gerecht werden konnte:

„Aus dem Zusammenwirken zweier oder mehrerer Wellen bewegungen mit ungleichen Perioden kann nie Ruhe erfolgen jene setzen sich vielmehr zu einer neuen, bald intensiveren, bal schwächeren Bewegung zusammen, welche nicht die einfache Ge stalt der Teilbewegungen besitzt, sondern in der alle Perioden de letzteren auftreten. Das Auge erkennt hierbei in der Farb des resultierenden Lichtes die Mischfarbe der kompo

nierenden Teile[1]). Diese hängt außer von der Qualität und Anzahl der eintretenden Bestandteile auch noch von ihrer relativen Intensität ab. So liefert die Verbindung aller Lichtqualitäten, die wir in dem Sonnenspektrum ausbreiten, die weiße Mischfarbe. Unterdrücken wir eine jener Qualitäten ganz oder teilweise, so tritt in der Mischfarbe die jener Qualität als komplementär zugeordnete Farbe rein oder einer Quantität weißen Lichtes beigemischt auf[2])."

Bei einigen wenigen Autoren finden sich allerdings Wendungen, welche darauf hindeuten, daß ihnen ähnliche Gedanken vorschwebten, doch zu dem erforderlichen klaren Ausdrucke sind sie nicht gebracht worden; so z. B. wenn Hering schreibt:

„Jedes solche Strahlgemisch läßt sich in gewissem Sinne[3]) als aus einer Anzahl einfacher, durch ihre Schwingungszahl bestimmter Strahlungen zusammengesetzt auffassen, deren Einzelenergien in bestimmtem Verhältnis zueinander stehen[4])", oder noch deutlicher bei Fick:

„Bei den von leuchtenden oder beleuchteten Naturkörpern ausgehenden Strahlen ist im Gegenteil jeder einzelne Strahl in der Regel ein Gewirre von Ätheroszillationen[5]) der verschiedensten Schwingungszahlen ..." und: „Dahingegen nennt man einen gemischten Lichtstrahl einen solchen, längs dessen sich gleichzeitig mehrere pendelartige Schwingungen fortpflanzen, deren Schwingungszahlen in der Zeiteinheit verschieden sind. So ist z. B. ein Sonnenstrahl bekanntlich ein sehr gemischter, unter dessen Komponenten fast alle Schwingungszahlen vertreten sind, die größer als 370 Billionen und kleiner als 900 Billionen in der Sekunde sind[6])."

In der Tat durfte man also eigentlich mit Rücksicht auf die oben nach Beer angeführten, übrigens selbstverständlichen Folgerungen aus den Elementen der Wellenlehre von gleichzeitigen

[1]) Von mir gesperrt.

[2]) A. Beer, Einleitung in die höhere Optik, 1. Aufl. S. 98 (1853); 2. Aufl. S. 97 (1882). Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn.

[3]) Von mir gesperrt.

[4]) E. Hering, Grundzüge der Lehre vom Lichtsinn (Sonderabdruck aus dem „Handbuch der Augenheilkunde", I. Teil, XII. Kapitel, S. 23). Leipzig 1905, Engelmann.

[5]) A. Fick, Die Lehre von der Lichtempfindung (in Hermanns Handbuch der Physiologie, III. Band, I. Teil) S. 169 (1879).

Einwirkungen „mehrerer homogener Strahlungen“, „Licht mehrerer verschiedener Grade der Schwingungsdauer“ u. dgl. nicht sprechen, sondern mußte einfache und zusammengesetzte Schwingungs- oder Wellenformen unterscheiden, von denen die ersteren den Spektralfarben, die letzteren in noch näher zu erörternder Weise den verschiedenen Mischfarben bis zum Weiß entsprechen. Dieser Unterschied betrifft, wie mir scheint, nicht mehr allein den Ausdruck, sondern in der Tat das Wesen der Vorstellung insofern, als jeder Farbe und jeder Mischfarbe ein bestimmtes objektives Wellenbild entspricht und nicht erst durch „gleichzeitige“ Einwirkung zweier oder mehrerer einfacher Strahlungen auf die Netzhaut die physikalischen Bedingungen für die betreffende Erregung gegeben sind. Der Vergleich mit Vorgängen in der Akustik, der seit Newton bis in die allerneueste Zeit so oft mit gutem Erfolge zu Erläuterungen in der Optik herangezogen worden ist, liegt ungemein nahe: es können danach ungezwungen zunächst zweierlei regelmäßige Schwingungsformen unterschieden werden: einfach pendelartige (Sinus-) Schwingungen, entsprechend den Tönen auf der einen, den einfachen Spektralfarben auf der anderen Seite, und zusammengesetzte Schwingungen mit konstanter Periode, entsprechend den Klängen auf der einen, Mischfarben auf der anderen Seite. Wie sich weitere Analogien zu den sogenannten unvollkommenen Tönen und den Geräuschen ergeben, soll später erörtert werden.

Wir wollen also vorerst festhalten, daß auch nach den bisher gangbaren Anschauungen beim Zusammenwirken mehrerer homogener Strahlungen niemals eine gleichzeitige Einwirkung dieser auf die Netzhaut, sondern nur eine Wirkung der aus ihrer Kombination hervorgegangenen neuen zusammengesetzten Schwingungsform angenommen werden durfte. Die alte Ausdrucksweise kann höchstens als Abstraktion aufgefaßt und gelten gelassen werden. In Wirklichkeit entspricht nach der Undulationshypothese jeder Mischfarbe ein bestimmtes objektives Wellenbild.

Noch von einer anderen Seite tauchen, selbst dieses Zustandekommen und diese Wirkungsweise zugegeben, Bedenken gegen die „Zusammensetzung“ gemischtfarbigen Lichtes aus homogenen Bestandteilen auf. Wir können wohl künstlich Bedingungen herstellen, unter denen zwei oder mehrere homogene Strahlungen so zur Vereinigung gebracht werden, daß sie in derselben Richtung

fortschreitende Wellenoberflächen darbieten; wenn wir aber von solchen künstlichen Bedingungen absehen, taucht sofort die Frage auf, wie denn das Zustandekommen von Strahlen verschiedener Wellenlängen oder Schwingungszahlen in einem Punkte einer Lichtquelle vorstellbar sein soll: durch Schwingungen verschiedener Dauer nebeneinander liegender Moleküle, oder nach der heutigen Anschauung Elektronen, oder durch ungemein rasch aufeinanderfolgende Wechsel der Perioden — beides gleich wenig wahrscheinlich — und die zweite Frage, warum denn unter den unendlich vielen möglichen — völlig unregelmäßigen bis völlig regelmäßigen — Bewegungs- oder Schwingungsformen der lichtaussendenden Teilchen, die die Wellenbewegung im hypothetischen Äther hervorrufen, gerade nur der eine spezielle und unwahrscheinliche Fall einfacher regelmäßiger Sinusschwingungen verwirklicht sein solle.

In der Tat stehen auch die Physiker, soweit sie die Ätherhypothese zur Grundlage ihrer Kalkulationen wählen, von anderen Erwägungen und bestimmten Erfahrungen ausgehend, heute auf einem anderen Standpunkte. Nach den Auseinandersetzungen namentlich von Gouy, Rayleigh und Schuster, denen sich weitere spezielle Arbeiten von Ames, Larmor, Laue, Planck u. a. anreihen, hätten wir im wesentlichen Ätheroszillationen von sehr verschiedenen Graden der Regelmäßigkeit zu unterscheiden. Die mehr oder weniger vollkommen regelmäßigen entsprechen den mehr oder weniger vollkommen „homogenen“ Strahlungen der Spektralfarben, bzw. Linien der Emissionsspektra, wohingegen auf der anderen Seite das Weiß als eine Folge der unregelmäßigsten Impulse oder Störungen im Äther aufzufassen ist. „Von einer Regelmäßigkeit im weißen Lichte kann keine Rede sein[1]).“ Aus

[1]) Vgl. G. Gouy, Sur le mouvement lumineux. Journ. de Physique théorique et appliquée, Sér. II, 5, 354 (1886). — S. 362: „. . . l'existence des franges d'interférences à grande différence de marche, dans le cas des sources à spectres continus et de la lumière blanche, n'implique nullement la régularité du mouvement lumineux incident. Cette régularité existe dans le spectre, mais c'est l'appareil spectral qui la produit, en séparant plus ou moins complètement les divers mouvements simples qui, jusque-là, n'avaient qu'une existence purement analytique. Pour considérer un cas extrême, à titre d'exemple, on peut regarder la lumière blanche comme formée par une suite d'impulsions tout à fait irrégulières, ou de vibrations sans cesse troublées, analoges au mouvement de trépidation qui, pour quelques physiciens, constitue le mouvement calorifique. Cette hypothèse assez vraisemblable permet d'expliquer

den angeführten Betrachtungen und Erwägungen ergibt sich nun weiter die Schlußfolgerung, daß die Regelmäßigkeit der Wellenbewegungen wie sie sich im Spektrum, sei es durch Beugung oder durch Brechung erzeugt, darstellt, ein Effekt des Apparates ist, der aus den mehr oder weniger, bei weißem Licht außerordentlich unregelmäßigen Impulsen, die auf ihn einwirken, bestimmte Wellenperioden aussondert, ähnlich wie Resonatoren, auch das menschliche Ohr als Resonator, aus den völlig ungeordneten Schwingungsmassen, z. B. des Geräusches eines Wasserfalls oder einer Fontaine, gewisse regelmäßige Tonfolgen auszulesen vermögen[1]) oder mittels der Fourierschen Analyse auf mathematischem Wege eine solche Auflösung komplizierter Oszillationsformen in Reihen einfacher Sinusschwingungen ermöglicht ist. „Man darf nicht annehmen, daß das Licht, welches aus einem Instrument etwa gleich dem Spektroskop austritt, seinem Charakter nach identisch sei mit dem eintretenden[2])." Schuster und Ames haben im besonderen die Wirkung von Gittern und Prismen in bezug auf die Umwandlung, bzw. Zerlegung unregelmäßiger in regelmäßige Ätheroszillationen genaueren analytischen Betrachtungen unterzogen[3]).

---

simplement la continuité du spectre, assez difficile à comprendre si l'on considère la source lumineuse comme produisant des séries distinctes de vibrations régulières."

Ferner: J. W. Strutt, Baron Rayleigh, Scientific Papers, Vol. III, S. 268 (1887—1892), Cambridge, S. 160 (1902). On the character of the complete radiation at a given temperature (Phil. Mag. **27**, 460 (1889). U. a. S. 270, Fußnote: „I observe that M. Gouy had anticipated me (Enc. Brit. XXIV, p. 425 [Vol. III, p. 60]) in the remark that the production of a large number of interferencebands from originally white light is a proof of the resolving power of the spectroscope, and not of the regularity of the white light. It would be instructive if some one of the contrary opinion would explain what he means by regular white light. The phrase certainly appears to me to be without meaning — what Clifford would have called nonsense."

[1]) Vgl. die vorhergehenden Fußnoten und: P. Zeeman, L'origine des couleurs du spectre. Rivista di scienza „Scientia", Vol. V, Nr. IX/I, S. 36 (1909). Daselbst (S. 38) zitiert die bemerkenswerten Ausführungen von Chr. Huyghens (1693) über die Resonanzwirkung der großen Treppe im Parke von Chantilly.

[2]) A. Schuster, Einführung in die theoretische Optik (Deutsche Ausgabe, B. G. Teubner), S. 379 (1907).

[3]) A. Schuster, Phil. Mag. (5), **37**, 509 (1894). J. S. Ames, Astrophys. Journ. **22**, 76 (1905). Vgl. auch A. Schuster, Theoretische Optik (zitierte deutsche Ausgabe) S. 384 ff.

Es ist vielleicht überflüssig — und darum, meines Wissens, noch nicht geschehen — ausdrücklich hervorzuheben, daß mit der neuen, im vorstehenden in den wichtigsten Grundzügen ganz kurz wiedergegebenen Auffassung die Newtonsche Anschauung von der Zusammensetzung des weißen oder jedes „gemischtfarbigen" natürlichen Lichtes aus einfachen Farben oder homogenen Strahlungen eigentlich wieder beseitigt und die vor Newton herrschende Ansicht, daß die Farben beim Durchgang von weißem Licht durch ein Prisma erst in diesem entstehen, in bestimmtem Sinne wieder zur Geltung gebracht worden ist. Die so gewonnene Erkenntnis hindert uns freilich nicht, wie Gouy und Schuster abgeleitet haben und besonders hervorheben, uns nach wie vor, „so oft es zweckmäßig erscheint, weißes Licht als Superposition einer Anzahl homogener Schwingungen von sehr wenig verschiedenen Perioden darzustellen. Allein, es steht uns ebenso frei, irgendeine andere Darstellung zu benutzen, solange nur ihre Zerlegung nach dem Fourierschen Satze eine Intensitätsverteilung ergibt, die mit der beobachteten übereinstimmt" [1]). —

Solche Superpositionen homogener Schwingungen lassen sich nun nicht nur für weißes Licht, sondern auch für beliebige Mischfarben sowohl mathematisch und konstruktiv ableiten, als auch, wenigstens angenähert, experimentell herstellen. Um die Ableitung für eine Reihe von Beispielen möglichst einfach und übersichtlich zu gestalten, sei der — allerdings mühsamere — konstruktive Weg, bzw. das chronographische Auflösungsverfahren gewählt, es seien den Ableitungen ferner in der gleichen Richtung fortschreitende Wellen in derselben Ebene vollkommen linear polarisierten und vollkommen homogenen Lichtes sowie reine Sinusschwingungen zugrunde gelegt. Dieser einfache Fall läßt sich im Versuche auf verschiedenen Wegen, z. B. mit dem Helmholtz-Königschen Spektroskop zur Farbenmischung, freilich immer nur angenähert, verwirklichen, da sowohl die Polarisation als auch besonders die Homogenität praktisch nicht vollkommen erreicht werden können. Es ist jedoch leicht einzusehen, daß sich die für den angenommenen einfachsten Fall durchgeführten Ableitungen ohne wesentliche qualitative Änderungen des Resultates auch auf kompliziertere Fälle übertragen lassen, so schließlich auch

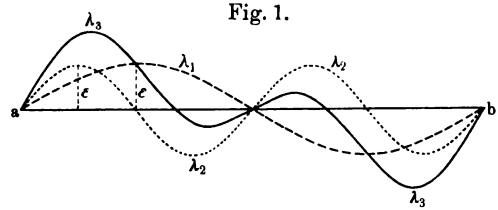
---

[1]) A. Schuster, Theor. Optik, l. c., S. 382.

auf den kompliziertesten, aber in den gebräuchlichen Methoden spektraler Farbenmischung am häufigsten verwirklichten Fall, in welchem zwei oder mehrere Wellengruppen gewöhnlichen oder mehr weniger vollkommen polarisierten Lichtes unvollkommener Homogenität, die in derselben Richtung fortschreiten, in Betracht kommen.

Sei a (Fig. 1) beispielsweise ein beliebiger Punkt zweier in derselben Richtung nach b fortschreitender Wellenoberflächen, die Zeichnungsebene die gemeinsame Schwingungsebene des linear polarisierten Lichtes der beiden Wellen von den Wellenlängen λ_1 und λ_2 und der gleichen Amplitude ε, und wäre der Punkt a in einem gegebenen Zeitpunkte infolge der Einwirkung jeder der beiden Wellen gerade in der gleichen Phase im Durchgang durch die Ruhelage begriffen, so ergibt nach den einfachen Regeln der chronographischen Synthese die Kurve λ_3 als Resultierende einerseits die gleichzeitige Lage (Elongation) aller in der Ruhelage

Fig. 1.



auf der Strecke von a bis b gelegenen Punkte des Strahles $a\,b$ an, andererseits, wenn $a\,b$ als Zeitabszisse angenommen wird, die infolge der gleichzeitigen Einwirkung beider Wellen auf den Punkt a nacheinander von demselben beschriebenen Exkursionen aus der Ruhelage nach der einen und nach der anderen Seite. Diese Ableitung ist ja aus den Elementen der Wellenlehre wohlbekannt. Ihre Anwendung auch auf die Synthese von Lichtschwingungen ergibt sich aus unseren eingangs angestellten Betrachtungen[1]).

Die vorstehende Figur entspricht, wie sofort ersichtlich, dem aus der Akustik geläufigen schematischen Wellenbilde der Kombination eines Grundtones mit seiner Oktave (in der angegebenen Größe etwa f_5 und f_6 in Luft, mit gleichen und übertrieben groß dargestellten Amplituden), aber ebenso — unter den obigen Voraussetzungen — dem Wellenbilde des Zusammenwirkens zweier homogener Lichtstrahlen, deren Wellenlängen oder Schwingungs-

[1]) Vgl. S. 2.

zahlen in dem Verhältnis von 1:2 zueinander stehen, in der gewählten Größe etwa Orange von 600 und Ultraviolett von 300 $\mu\mu$ Wellenlänge in hunderttausendfacher Vergrößerung. Diesen Wellenlängen entsprechen Schwingungsdauern von etwa 0,002 und 0,001 billiontel Sekunden, wonach die resultierende Kurve λ_3 zugleich den zeitlichen Ablauf der Schwingung eines Punktes der Strecke ab in dem Zeitraume von 0,002 billiontel Sekunden ($= 2 . 10^{-15}$ Sek.) wiedergibt, nach welchem sich dieselbe Periode immer wiederholt.

In solcher Art sollen nun im folgenden verschiedene einfache Kombinationen von Lichtwellen untersucht werden; die zugehörigen konstruktiven Ableitungen sind den angeschlossenen Tafeln zu entnehmen. Wenn dabei wieder, wie bei der Ableitung der Fig. 1, von einer bestimmten, nämlich der gleichen Phase: Passieren der Ruhelage eines Punktes in der gleichen Richtung durch beide Wellenimpulse, und ferner von bestimmten Amplitudenverhältnissen der komponierenden Schwingungen (größtenteils gleichen Amplituden) ausgegangen wird, so muß vorerst noch die Frage kurz erörtert werden, ob damit in der Tat wenigstens beiläufig die resultierenden Schwingungsformen der betreffenden Mischungen gekennzeichnet sind, und ob nicht insbesondere Phasenverschiebungen, wie dies leicht den Anschein erwecken könnte und von einer oder der anderen Seite auch angenommen zu werden scheint, und wechselnde Amplitudenverhältnisse das charakteristische resultierende Wellenbild wesentlich verändern.

Eine genaue Betrachtung ergibt nun, daß der Typus der resultierenden Schwingungsform durch die beiden genannten Faktoren nicht wesentlich verändert wird und daß es daher im allgemeinen genügt, jene Schwingungsform für einen bestimmten Fall, also beispielsweise unseren oben angenommenen, abzuleiten, um eine beiläufige Vorstellung von jenem Typus zu gewinnen. Einige Beispiele sollen dies kurz erläutern. In Tafel I, Kurven I bis VIII, sind die Resultanten je zweier einfacher Schwingungen der Wellenlängen und Amplituden der Fig. 1 (S. 8) mit Phasendifferenzen von 0, $^1/_{16}$, $^1/_8$, $^3/_{16}$, $^1/_4$, $^5/_{16}$, $^3/_8$ und $^7/_{16}\,\lambda_1$ abgeleitet. Der Maßstab der Tafeln ist 75000:1. Da in diesem angenommenen Falle $\lambda_1 = 2\,\lambda_2$ ist, ergibt sich die Länge der resultierenden Periode $A = \lambda_1 = 2\,\lambda_2$. Die Resultante ist, wie zunächst Kurve I zeigt (AA oder BB) durch vier aufeinanderfolgende Halbschwin-

gungen charakterisiert, zwei größere von der doppelten und zwei kleinere von der halben Dauer. Die Länge der Periode bleibt bei allen Phasendifferenzen genau gleich; es ist dies in der Tafel durch die vier schiefen von oben nach unten gezogenen Geraden zur Darstellung gebracht, die untereinander parallel sind. Auch der eben beschriebene Typus der Periode kehrt bei allen Phasendifferenzen wieder; nur laufen die Schwingungen bei gewissen Phasenunterschieden ($^1/_{16}$ bis $^3/_{16}$, $^5/_{16}$ bis $^7/_{16}\,\lambda_1$ usw.) asymmetrisch zur Ruhelage (Richtung des Strahles), dagegen symmetrisch zu gewissen geneigten Richtungen (vgl. die schrägen gestrichelten Geraden in den Kurven II bis IV) ab und stellen so die Übergänge zu den Umkehrungen und Verschiebungen um je $^1/_2\,\lambda_1$ (oder $1\,\lambda_2$) bei je $\pm\,^1/_4\,\lambda_1$ (oder $^1/_2\,\lambda_2$) Phasenunterschieden her. In den Kurven II bis VIII ist immer nur eine Periode Δ dick ausgezogen eingezeichnet, der übrige Verlauf erscheint punktiert. Man erkennt leicht, daß sich in diesem einfachen Falle die genau gleichen Formen der Periode bei Phasendifferenzen von $\pm\,^1/_4\,\lambda_1$ spiegelverkehrt (I und V, II und VI usf.), bei solchen von $^1/_2\,\lambda_1$ völlig identisch wiederholen müssen.

Ein zweites Beispiel mit ebenfalls noch einfachem Verhältnis der komponierenden Wellen ist in den Kurven IX bis XII der Tafel I abgeleitet. Es stellt die Zusammensetzung je zweier einfacher Schwingungen von Rot, $\lambda_1 = 656$, und Blaugrün, $\lambda_2 = 492\,\mu\mu$, bei Phasenunterschieden von 0, $^1/_8$, $^1/_4$ und $^5/_{16}\,\lambda_1$ dar. Da hier das Verhältnis der Wellenlängen λ_1 und $\lambda_2 = 3:4$ ist, ergibt sich die Länge der resultierenden Periode $\Delta = 3\,\lambda_1$ oder $4\,\lambda_2$. Die Resultante ist, wie zunächst Kurve IX erkennen läßt, durch zwei Hälften mit genau gleichem, aber entgegengesetztem Phasenverlauf gekennzeichnet, deren jede aus drei Halbschwingungen von abnehmenden, bzw. zunehmenden Amplituden, entsprechend einer mittleren Wellenlänge von $574\,\mu\mu$, und einer Halbschwingung von sehr kleiner Amplitude, entsprechend einer mittleren Wellenlänge von $287\,\mu\mu$, besteht. Gehen wir bei der Betrachtung dieses Typus von einem etwas veränderten Standpunkt aus, so kann er, wie leicht ersichtlich, auch als Folge von je sechs Halbschwingungen gleicher Wellenlänge mit zuerst zu-, dann abnehmender Amplitude aufgefaßt werden, an welche sich eine ganze Schwingung von der halben Wellenlänge mit sehr kleiner Amplitude anschließt. Ein Vergleich der Kurve IX mit den Kurven X bis XII ergibt ohne

weiteres, daß auch hier zunächst die Länge der Periode dieselbe bleibt (in Kurve XII fehlt das Ende rechts). Die Resultanten in Kurve X und XI sind vollkommen identisch mit der Resultante der Kurve IX (X spiegelverkehrt, XI kongruent), was sich aus der Wiederkehr der in IX angenommenen Ausgangsphase bei A in Kurve X und bei B in Kurve XI infolge des Zusammenfallens des angenommenen Phasenunterschiedes mit dem Wellenlängenunterschiede ohne weiteres ergibt. Aber auch bei beliebigen anderen Phasenunterschieden, z. B. in Kurve XII bei einem solchen von $^5/_{16}\,\lambda_1$, kehrt der Typus der Kurve, wenn auch mit der in dem früheren Beispiele abgeleiteten Asymmetrie der Schwingungen, im wesentlichen wieder.

Die gleiche Ableitung an einem Beispiel zweier komponierender Wellen von nicht mehr einfachem Verhältnis, sondern von ziemlich hohem kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen der Wellenlängen, einem der allgemeinsten und am häufigsten in Betracht kommenden Fälle, sollen endlich die Kurven XIII und XIV der Tafel I erläutern. Sie stellen die Zusammensetzung je zweier einfacher Schwingungen von Gelb, $\lambda_1 = 567$, und Violett, $\lambda_2 = 430\,\mu\mu$, bei Phasenunterschieden von 0 und von $^1/_{19}\,\lambda_1$ dar. Die Länge der resultierenden Periode A liegt, wie aus Kurve XIII ersichtlich, zwischen $3\,\lambda_1$ und $4\,\lambda_2$. Daraus ergibt sich im weiteren Verlaufe der Wellenbewegung eine fortschreitende Phasenverschiebung, so daß bis zur Wiederkehr der genau identischen Phasenkombination entsprechend dem kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen beider Wellenlängen der Reihe nach verschiedene Formen von Resultanten durchlaufen werden, wie sie im allgemeinen in den Kurven I bis VIII abgeleitet worden sind. Daß auch hierbei weder die Länge der Periode, noch auch ihr Typus wesentlich verändert wird, ergibt die Betrachtung der Kurve XIV der Tafel I und die Tafel II. In Kurve XIV ist die Resultante der beiden Wellen von 567 und $430\,\mu\mu$ mit einem Phasenunterschiede von $^1/_{19}\,\lambda_1$ dargestellt. Auch hier fällt nur die Asymmetrie der Mittelschwingung auf, der Typus der Kurve, ähnlich dem der Kurve IX (nur mit etwas unsymmetrischer Amplitude der kleinen Mittelschwingung auch schon beim Phasenunterschiede 0) bleibt wieder im wesentlichen derselbe.

In Tafel II sind dieselben beiden Wellen, Gelb, $\lambda_1 = 567$, und Violett, $\lambda_2 = 430\,\mu\mu$, bis zur Wiederholung genau der gleichen

Periode (in umgekehrter Phase) verzeichnet. Die Länge der Periode ist *mn* (Zeile 1, vgl. Kurve XIII, Tafel I). Die untereinander gezeichneten acht Zeilen entsprechen der Wiederkehr der resultierenden Periode, die nicht eigens eingezeichnet erscheint, mit fortschreitender Phasenverschiebung (*d*) der beiden komponierenden Wellenzüge. Nach $21^1/_2\,\lambda_1$ oder $29\,\lambda_2$ wiederholt sich die Periode in gleichem Ablauf mit umgekehrter Phase, *op*, Zeile 8—8a, nach $43\,\lambda_1$ oder $58\,\lambda_2$ mit der gleichen Phase wie am Anfang.

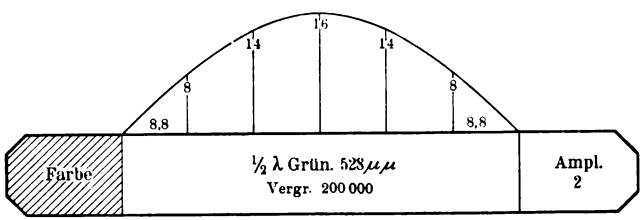
Was nun den oben (S. 9) berührten zweiten Punkt, den allfälligen Einfluß des Amplitudenverhältnisses der komponierenden Wellen auf den Typus der Resultante betrifft, so läßt sich hier folgende einfache Betrachtung anstellen: Gehen wir von nur zwei komponierenden Wellen, λ_1 und λ_2, aus, so wird die Resultante bei Amplitude $\lambda_2 = 0$ in λ_1 und bei Amplitude $\lambda_1 = 0$ in λ_2 übergehen. Bei sehr kleinen Werten der einen oder der anderen Amplitude wird die Resultante nur sehr wenig von der Form der zweiten komponierenden Welle abweichen und zwar offenbar im Sinne derjenigen Resultanten, die bei mittleren Werten beider Komponenten auftreten. Es ergibt sich schon hieraus, daß durch das wechselnde Amplitudenverhältnis in mittleren Grenzen keine wesentlichen Veränderungen in dem Typus der resultierenden Perioden hervorgebracht werden können; dieselben werden vielmehr nur quantitativer Natur sein und erst bei starker Abnahme der einen oder anderen Amplitude wird sich das Bild der Resultante dem der einen oder anderen der komponierenden Wellen immer mehr und mehr nähern. Ein Beispiel für das eben Ausgeführte soll an den fünf Kurven der Tafel III erläutert werden. Diese stellen das Ergebnis des Zusammenwirkens zweier Wellen von Rot, $\lambda_1 = 656$, und Blaugrün, $\lambda_2 = 492\,\mu\mu$ in fünf verschiedenen Amplitudenverhältnissen dar, allemal mit der gleichen Phase beginnend. Die resultierende Periode hat die Länge von $3\,\lambda_1$ oder $4\,\lambda_2$, die Amplituden, bzw. Mischungsverhältnisse betragen relativ in

Kurve	Amplituden-verhältnis $\lambda_1 : \lambda_2$	Mischungs-verhältnis
I	2 : 2	$^1/_2 : {}^1/_2$
II	1 : 2	$^1/_3 : {}^2/_3$
III	2 : 1	$^2/_3 : {}^1/_3$
IV	2 : 1,5	$^4/_7 : {}^3/_7$
V	1,5 : 1	$^3/_5 : {}^2/_5$

Man sieht ohne weiteres an den Formen der resultierenden Kurven das oben Gesagte bestätigt. Die Kurven II und III nähern sich in ihrer Form der Regelmäßigkeit der vorherrschenden komponierenden Welle λ_2 (in II) und λ_1 (in III), lassen jedoch deutlich auch schon die Ähnlichkeit mit der Resultante der Kurve I angedeutet erscheinen. Noch größer wird diese Ähnlichkeit in den von dem Mischungsverhältnis $^1/_2 : ^1/_2$ nur mehr wenig verschiedenen Mischungsverhältnissen der Kurven IV und V, wobei wieder Kurve IV der Kurve I merklich ähnlicher ist als Kurve V.

Aus dem vorstehend Vorgebrachten ergibt sich, glaube ich, deutlich, was die mathematische Formulierung und für den damit Beschäftigten die Konstruktion einiger Kurvenreihen ohne weiteres als selbstverständlich erscheinen läßt, daß weder die Phasenverschiebung noch Veränderungen des Amplitudenverhältnisses im

Fig. 2.



Bereiche mittlerer Werte von wesentlichem Einfluß auf den Typus der resultierenden Kurven sind und daß es somit genügen muß, um die typischen Resultanten für einzelne Wellenkombinationen zu erhalten, einen einfachen Fall, z. B. Ausgang von gleicher Phase und mittleres Amplitudenverhältnis, zur Grundlage der Ableitung zu wählen.

In den nun folgenden Ableitungen und Tafeln sind dieselben Proportionen wie in den Tafeln I bis III eingehalten: die Wellenlängen in 75 000 facher Vergrößerung ($1\,\mu = 75$ mm), zeitlich entsprechen 2,25 cm 0,001 billiontel Sekunde ($= 1.10^{-15}$ Sek.). Diese kleine Zeiteinheit soll späterhin mit τ bezeichnet werden.

Die Sinuskurven der Tafeln sind in der $2^2/_3$ fachen Größe der Reproduktion mittels 33 Kartonschablonen von der Größe 200 000 λ 2 der unten verzeichneten elf verschiedenen Wellenlängen in drei verfügbaren Amplituden [1 : 1,5 : 2; maximale Amplitude in der

Schablone 8, 12 und 16 mm[1])] auf Millimeterpapier gezeichnet worden, was sehr rasch und mühelos zu machen ist. Eine der verwendeten Schablonen ist in Fig. 2 (a. v. S.) in natürlicher Größe wiedergegeben.

Verzeichnis der Schablonen.

Farbe	$\lambda = \mu\mu$, rund	Länge der Schablone in mm, $200\,000 \cdot \lambda/2$, abgerundet
Rot	700	70
Rot	656	65,5
Orange	608	61
Goldgelb	585	58,5
Gelb	567	57
Grün	528	53
Blaugrün	492	49,5
Indigoblau	464	46,5
Violett	430	43
Ultraviolett I[2])	400	40
Ultraviolett II	350	35
Ultraviolett III	300	30

Die Kurven verlaufen sämtlich von links nach rechts. Die resultierenden Kurven wurden durch algebraische Summation der Ordinaten der komponierenden Kurven von 10 zu 10, gelegentlich auch von 5 zu 5 mm des Kurvenverlaufes punktiert und dann aus freier Hand ausgezogen, womit kleine Unregelmäßigkeiten derselben entschuldigt werden mögen. —

1. Komplementärfarben.

Übersichtlich und beiläufig werden, wie bekannt, die komplementären Spektralfarbenpaare erhalten, indem man die neungliedrige physiologische Farbenreihe in der folgenden Weise abteilt und in zwei Zeilen anschreibt:

Rot — Orange — Gelb — Gelbgrün — Grün
Blaugrün — Cyanblau — Indigoblau — Violett — Purpur (Rot-Violett)

Danach wären Farben komplementär, die ungefähr um die halbe Länge des sichtbaren Spektrums voneinander abstehen und

[1]) Dies würde in der gewählten Vergrößerung unserer Tafeln wirklichen Amplituden von 6, 4,5 und 3 hundertel μ entsprechen; willkürlich gewählt, da für die vorliegenden Ableitungen die absoluten Werte belanglos.

[2]) Eigentlich noch sichtbares Violett, an der Grenze gegen Ultraviolett.

das in der Mitte stehende Grün komplementär der Mischung der an den beiden Enden des Spektrums stehenden Farben Rot—Violett = Purpur. Schon Helmholtz hat wohl versucht, engere Beziehungen zwischen den Wellenlängen genauer ermittelter Komplementärfarbenpaare festzustellen, kam dabei jedoch nur zu dem Schlusse, daß „zwischen den Wellenlängen verschiedener Komplementärfarben durchaus kein einfaches oder konstantes Verhältnis aufzufinden" ist; „es schwankt, wenn man die musikalische Bezeichnungsweise anwendet, zwischen dem der Quarte (1,333) und dem der kleinen Terz (1,20)" [1]). Dementsprechend ist natürlich auch die obige Angabe des Abstandes zweier komplementärer Farben voneinander im sichtbaren Spektrum „um die halbe Länge des Spektrums" nur eine ganz beiläufige und ungenaue. In der Tat weicht die diesem Abstande entsprechende Differenz der Wellenlängen der einzelnen Spektralfarbenpaare von der halben mittleren Differenz der Wellenlängen des äußersten sichtbaren Rot und Violett im einzelnen nicht unerheblich ab. Sie beträgt beispielsweise, wenn wir die von Helmholtz, a. a. O., aufgeführte Tabelle zugrunde legen, für

Rot	656	— Blaugrün	492	rund	164 $\mu\mu$	Mittel 121,6 $\mu\mu$,
Orange	608	— Cyanblau	490	„	118 $\mu\mu$	
Goldgelb	574	— Indigoblau	482	„	92 $\mu\mu$	
Gelb	567	— Indigoblau	464	„	103 $\mu\mu$	
Gelbgrün	564	— Violett	433	„	131 $\mu\mu$	

während der halben Länge des in Betracht kommenden Spektrums eine Differenz von $^1/_2$ (656 — 433) = 112 $\mu\mu$ entsprechen würde.

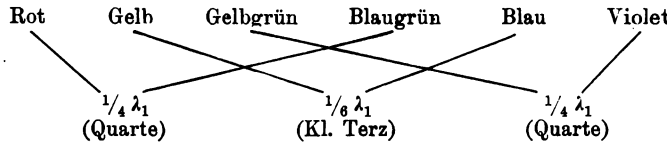
Wenn nun auch in der Tat die von Helmholtz angeführten Verhältniszahlen der Wellenlängen komplementärer Spektralfarbenpaare „kein einfaches oder konstantes" Verhältnis aufweisen, so fällt es andererseits doch auf, daß die Werte dieser Verhältniszahlen maximal nur um rund $^1/_{12}$ voneinander abweichen:

$$1{,}33 = \quad 4:3 = 12:9$$
$$1{,}19 = \text{rund } 6:5 = 12:10,$$

also sich im ganzen ein Verhältnis von 9 bis 10 zu 12 ergibt. In Bruchteilen der größeren Wellenlängen (λ_1) der komplementären Farbenpaare beträgt danach der Unterschied der Wellenlängen für

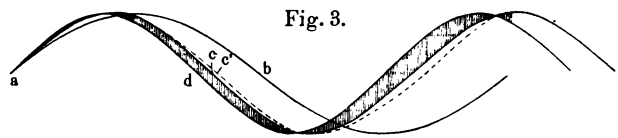
[1]) Handbuch d. physiol. Optik, 2. Aufl., S. 317, 318.

Rot—Blaugrün, Gelbgrün—Violett und benachbarte Mischungen rund . $^1/_4\,\lambda_1$
Gelb—Blau und benachbarte Mischungen rund . . . . . $^1/_6\,\lambda_1$
schematisch dargestellt:



In Fig. 3 sind die angeführten Wellenlängenunterschiede und -verhältnisse in dem Maßstabe von 100000:1, bezogen auf eine

Fig. 3.



und dieselbe größere Wellenlänge λ_1 und ausgehend von einer gleichen Phase beider Wellen in a samt dem Beginn der resultierenden Phasenverschiebung verzeichnet.

Es würden in dieser Größe entsprechen:

$ab = {}^1/_2\,\lambda_1$ . . . Rot 656 $\mu\mu$
$ac = {}^1/_2\,\lambda_2$ . . . Grün 527 $\mu\mu$ (vorhandene Schablone, statt richtig komplementär 547 $\mu\mu$, $= ac'$)
$ad = {}^1/_2\,\lambda_3$ . . . Blaugrün 492 $\mu\mu$,

$\lambda_1 - \lambda_2 = {}^1/_6\,\lambda_1$
$\lambda_1 - \lambda_3 = {}^1/_4\,\lambda_1$.

Man wird unschwer schon nach dem Bruchstück, das die Figur darstellt, vermuten können, daß das resultierende Wellenbild bei der einen oder anderen Kombination keine großen und besonders keine wesentlichen Unterschiede aufweisen wird. —

Nachdem diese kurze, für unsere weiteren Betrachtungen nicht unwesentliche Erörterung zur Übersicht vorausgeschickt worden ist, soll nun im folgenden genauer untersucht werden, wie sich die resultierenden Wellen zunächst von komplementären Farben verschiedener Wellenlängen verhalten und ob sich dabei Verhältnisse ergeben, die den in der Einleitung bezüglich der Natur des weißen Lichtes angeführten Anschauungen der physikalischen Optik einigermaßen entsprechen. In der Tafel IV ist eine Reihe von solchen Konstruktionen durchgeführt.

Kurve I (Tafel IV) stellt die Ableitung der Resultante zweier einfacher Wellen gleicher Amplitude, von Gelb, $\lambda_1 = 567$, und

Tabelle 1.

Kurve	Komponierende Wellen	Amplitudenverhältnis	Wellenlängen in der Periode in $\mu\mu$		Länge der resultierenden Periode in				Zeitdauer in τ (= 10^{-15} Sek.)				Verhältniszahlen der in der halben Periode aufeinanderfolgenden Amplituden
			Große Amplitud. λ	Kleine Amplitud. λ'	λ_1	λ_2	λ	μ	d. ganzen Periode $= p$	d. größer. Amplitud., total	d. kleinen Amplitud., total	Verhältniszahl	
I	λ_1 Gelb 567 λ_2 Indigoblau 464	$^1/_1$	515	310	4,5	5,5	5	2,58	17,2	13,75	3,45	4 : 1	32:29:23:15:5,5:0
II	λ_1 Rot 656 λ_2 Blaugrün 492	$^1/_1$	570	285	3	4	3,5	1,98	13,2	11,3	1,9	6 : 1	31,5 : 25,5 : 12,5 : 2,5
III	λ_1 Grün 528 λ_2 Violett 430	$^1/_1$	475	285	4,5	5,5	5	2,38	15,9	12,72	3,18	4 : 1	29,5:28:22:15 :5,5:0
IV	λ_1 Rot 656 λ_2 Grün 528 λ_3 Violett 430	$^1/_1$ $^1/_1$	527	310	4 λ_3 6	5	5	2,64	17,6	14,1	3,5	4 : 1	46 : 35 : 15 : 6 : 15
V	λ_1 Rot 656 λ_2 Grün 528 λ_3 Violett 430	$^1/_2$ $^2/_1$	527	400	4 λ_3 6	5	5	2,64	17,6	10,5	7,1	3 : 2	26,5 : 24 : 16 : 6 : 0
VI	λ_1 Rot 700 λ_2 Grün 528	$^1/_1$	605	300	3	4	3,5	2,11	14,1	12	2,1	6 : 1	32 : 21 : 15 : 2

Indigoblau, $\lambda_2 = 464\,\mu\mu$, dar. Diese beiden Wellenlängen entsprechen angenähert einem komplementären Farbenpaar nach Helmholtz (vgl. oben S. 15). Die resultierende Kurve zeigt folgende Eigentümlichkeiten: Eine (zum Punkte m) symmetrisch entwickelte Periode mit zuerst abnehmenden, dann wieder zunehmenden Amplituden. Die Anzahl der Teilschwingungen entspricht der der kleineren komponierenden Welle $11\,\frac{\lambda_2}{2}$, wobei die Mittelschwingung bei m sowie die beiden symmetrisch benachbarten Halbschwingungen sehr stark abgeschwächt erscheinen. Die Länge der Periode beträgt $4^1/_2\,\lambda_1 = 5^1/_2\,\lambda_2 = 2{,}58\,\mu$. Bei NP_v beginnt eine neue Periode mit umgekehrter Phase, nach weiteren $4^1/_2\,\lambda_1 = 5^1/_2\,\lambda_2$ würde wieder eine Periode mit der ursprünglichen Anfangsphase anschließen. Die Zeitdauer der ganzen Periode ist $17{,}2\,\tau$ (vgl. S. 13), die Dauer der acht großen Amplituden beträgt zusammen $^4/_5$ davon, gleich $13{,}75\,\tau$, die Dauer der relativ kleinen Amplituden zusammen $^1/_5$, gleich $3{,}45\,\tau$. Die acht größeren Amplituden entsprechen je zwei symmetrischen isochronen Schwingungen von $\lambda =$ etwa $515\,\mu\mu$, die drei kleinen, zur Abszissenachse asymmetrischen solchen von $\lambda' =$ etwa $310\,\mu\mu$. Die maximalen Ordinatenhöhen der elf in der Periode aufeinanderfolgenden Amplituden stehen zueinander (bezogen auf die Abszissenachse) in dem Verhältnis (rund, Millimeter der Originalkurve): 32 : 29 : 23 : 15 : 5,5 : 0 : 5,5 : 15 : 23 : 29 : 32.

Die Zahlenwerte für diese sowie die folgenden fünf Kurven sind in der Tabelle 1 (S. 17) übersichtlich zusammengestellt.

Kurve II. Resultante der Komplementärfarben Rot 656 und Blaugrün $492\,\mu\mu$ (abgerundet). Gleiche Amplituden. Die Resultante stellt eine besonders kurze Periode von der Form des dem Verhältnis der obigen Wellenlängen genau entsprechenden Quartenklanges dar: vier an Amplitude rasch abnehmende und von der Mitte mit umgekehrten Phasen ebenso wieder zunehmende Halbschwingungen; bei NP beginnt eine neue Periode mit gleicher Phase wie die vorausgegangene. Die sämtlichen, wie bei Kurve I ermittelten Zahlenwerte enthält die Tabelle 1.

Kurve III. Resultante der unvollkommenen Komplementärfarben Grün 528 und Violett $430\,\mu\mu$; gleiche Amplituden. Symmetrische Periode, in allem sehr ähnlich Kurve I, da das Wellen-

längenverhältnis nahezu gleich (1,22), doch etwas kürzer. Die neue Periode beginnt bei NP_v mit umgekehrter Phase.

Kurve IV. Resultante von Rot 656, Grün 528 und Violett 430 $\mu\mu$; gleiche Amplituden. Sehr unregelmäßige Periode, aus zwölf Halbschwingungen zusammengesetzt, mit Umkehrpunkt bei *m*. Die Mittelschwingung von größerer Amplitude als die beiderseits benachbarten. Bei NP Beginn einer neuen Periode mit gleicher Phase, jedoch kleiner Phasenverschiebung der Teilschwingungen. Diese, sowie die Asymmetrie der kleinen Schwingung vor *m*, beruht zum Teil auf der Ungenauigkeit der Konstruktion.

Kurve V. Dieselben drei Komponenten wie in Kurve IV, jedoch mit dem Amplitudenverhältnis rot : grün : violett = 1 : 2 : 1. Die Periode besteht aus je zwei Doppelschwingungen entgegengesetzter Phasen mit rasch ab- bzw. zunehmenden Amplituden, zwischen welchen eine Strecke von beiläufig $^1/_5$ der Periodenlänge die Wellenbewegung fast völlig stillsteht. Mit den beiden anschließenden kleinen Halbschwingungen ergibt diese Strecke verhältnismäßiger Ruhe sogar $^2/_5$ der ganzen Periodendauer.

Kurve VI. Resultante der unvollkommenen Komplementärfarben Rot 700 und Grün 528 $\mu\mu$, gleiche Amplituden. Periode in allem sehr ähnlich Kurve II, da wiederum das Verhältnis der Quarte vorliegt. Länge etwas größer als in II.

Anschließend an diese Betrachtung der Tafel IV, besonders der beiden Kurven IV und V, soll nochmals kurz auf Tafel III zurückgegriffen werden. Wie aus den ersteren ist auch aus den Kurven der Tafel III ersichtlich, daß bestimmte mittlere Amplitudenverhältnisse, für Farbenpaare um (aber nicht genau) $a = a'$, für drei Farben um $a_1 = {}^1/_2 a_2 = a_3$, das Unregelmäßigwerden der Resultierenden begünstigen, das sich in dem raschen An- und Abschwellen der Elongationen und namentlich in der Ausbildung eines kürzeren oder längeren mittleren Periodenteiles von relativ kleinen Amplituden bzw. relativer oder wirklicher Ruhe, d. h. also Aussetzen der Wellenbewegung äußert.

Die Periodenlänge bzw. -zeitdauer in den vorstehend besprochenen Ableitungen entspricht dem kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen der komponierenden Wellen; doch braucht dieses nicht genau, sondern nur angenähert erreicht zu werden, um schon eine Reihe aufeinanderfolgender Perioden von größter Ähnlichkeit zu liefern, die sich erst nach längerer Zeit infolge immer

zunehmender Phasenverschiebung der Komponenten in ihrer Form allmählich verändern. Wie aus Tabelle 1 hervorgeht, beträgt die Länge der Periode in den gegebenen verschiedenen Beispielen das drei- bis sechsfache der Wellenlängen der Komponenten und liegt um 2 bis 2,64 μ. Dies entspricht Zeitdauern von 11,2 bis 17,6 τ.

Faßt man nun die fortlaufende Reihe aufeinanderfolgender Perioden in den einzelnen komplementären oder annähernd komplementären Kombinationen als Ganzes auf, so ergibt sich überall ohne weiteres übereinstimmend das aus der Wellenlehre geläufige allgemeine Bild von Schwebungen oder Stößen: Anschwellen und Abschwellen der Amplituden (gelegentlich bis auf Null), zugleich Veränderung (Kleinerwerden) der Wellenlängen im Bereich der kleinen Amplituden. Dazu kommt, wo sich die Periodenlänge nicht genau, sondern nur angenähert mit dem kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen der komponierenden Wellen deckt, noch die oben erwähnte allmähliche Formveränderung der Periode in längeren Zeiträumen. Die Frequenz der Stöße oder Schwebungen entspricht den in der Tabelle 1 verzeichneten „Zeitdauern der ganzen Periode", ihre Dauer der „Dauer der größeren Amplituden", die Zeitdauer der Pausen oder relativen Ruhe der „Dauer der kleinen Amplituden". Die Wellenlänge der größeren Amplituden liegt naturgemäß stets zwischen denen der komponierenden Wellen, die der kleineren, soweit bestimmbar, unter 400 $\mu\mu$. Die Anzahl der Lichtstöße für die Zeiteinheit ergibt sich unmittelbar als reziproker Wert der Dauer der Periode p. Für die Millionstel-Sekunde beträgt diese Zahl z nach den Werten der Tabelle 1:

$$\left[z = \frac{1}{p} \cdot 10^9\right],$$

rund 57 bis 76 Millionen. Mit Rücksicht auf die komponierenden Wellen kann auch gesagt werden: die Stöße folgen sich drei- bis sechsmal langsamer als die Schwingungen der einzelnen Komponenten, ihre Dauer (in größeren Amplituden) beträgt das 2,4- bis 4,8fache der Schwingungsdauern der Komponenten.

Die wesentlichste Schlußfolgerung, zu welcher uns die vorstehenden Erörterungen geführt haben, ist also folgende:

Komplementären oder angenähert komplementären Farbenmischungen von zwei oder drei Komponenten entsprechen mehr oder weniger unregelmäßige Wellenbilder

der resultierenden Perioden, die in der Hauptsache kurzdauernde Schwebungen oder Lichtstöße darstellen.

Dieses Ergebnis widerspricht nicht den eingangs angeführten Anschauungen über die Natur des weißen Lichtes auf Grund der Ätherhypothese, sondern erscheint vielmehr damit ohne besondere Schwierigkeiten vereinbar.

Am Schlusse dieses Abschnittes möchte ich noch einige Punkte berühren, deren Aufklärung gewiß erwünscht schiene.

Eine Aufklärung für die bereits von Helmholtz hervorgehobene, oben (S. 15) erwähnte Verschiebung der Wellenlängen-Verhältniszahlen von dem beiläufigen Quarten- zum Großen-Terzverhältnis beim Übergang von den komplementären Kombinationen Rot—Blaugrün und Gelbgrün—Violett zu den zwischenliegenden Kombinationen bis Gelb—Blau ist in den vorstehenden Erörterungen nicht deutlich zum Vorschein gekommen. Es sei jedoch gestattet, der Vermutung Ausdruck zu geben, daß die Ursache für diese Verschiebung möglicherweise in Beziehungen der fraglichen absoluten Wellenlängenwerte zu ihren kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen gelegen wäre, von welchen letzteren, wie wir gesehen haben, die Periodenlänge und damit der Schwebungscharakter der resultierenden Welle, insbesondere auch die mehr oder weniger vollkommene Ausbildung einer Pause zwischen den aufeinanderfolgenden Lichtstößen abhängig ist.

Ebensowenig gaben unsere Erörterungen völlige Aufklärung darüber, welche ganz besonderen Kombinationen von Wellenlängen und Amplituden dem „Rein-Weiß"-Charakter der Resultanten — im Gegensatz zu weißlichen Gemischen — entsprechen. Hier kann, namentlich auch in Hinblick auf die Ergebnisse des nächstfolgenden Abschnittes, nur als wahrscheinlich vermutet werden, daß der wenigst gesättigten Mischfarbe für eine bestimmte Wellenlängenkombination — rein weiß für wirklich genau komplementäre Wellenlängen — ein solches Amplitudenverhältnis entsprechen wird, bei welchem die Unregelmäßigkeit in der Periode am stärksten hervortritt und die Lichtstöße am schärfsten ausgebildet sind, was wohl dem möglichst vollkommenen Verschwinden der „kleinen Amplituden" oder der Ausbildung einer wirklichen Pause zwischen den einzelnen Stößen entsprechen dürfte [1]).

[1]) Bei Betrachtung der Tafel IV erkennt man leicht, daß beispielsweise eine weitere Verkleinerung der „kleinen Amplituden" erzielt werden könnte,

Da die Teilschwingungen der Periode mit großen Amplituden von gleichbleibender Wellenlänge sind, die zwischen den Wellenlängen der Komponenten liegt, wäre es wohl theoretisch denkbar, daß durch Lichtstöße auch von homogenem Licht ein Erfolg „Weiß“ hervorgebracht würde, wenn diese Lichtstöße in der Weise und mit der Frequenz erzeugt werden könnten, wie dies die Wellenbilder unserer Kurven fordern.

Aus demselben Grunde ist es auch denkbar, daß der Erfolg „Weiß“ bei passendem Wellenlängen- und Amplitudenverhältnis durch Kombinationen von Wellenlängen sichtbarer mit solchen dem sichtbaren Spektrum benachbarter, ultraroter und ultravioletter Strahlen entstehen könnte.

II. Unterkomplementäre Farben.

Als unterkomplementäre Farben sollen solche bezeichnet werden, deren Abstand voneinander im Spektrum kleiner ist, als der Abstand von Komplementärfarben, die also, wenn wir unsere im vorigen Abschnitt eingangs (S. 14) gebrauchte beiläufige Bezeichnungsweise beibehalten wollen, um „weniger als die halbe Länge des Spektrums voneinander abstehen“. Es ergeben sich so unter Zugrundelegung wiederum der neungliedrigen physiologischen Farbenreihe die in der nachstehenden Tabelle verzeichneten 26 unterkomplementären Farbenpaare. Die beigesetzten römischen Zahlen bedeuten die Tafeln, die arabischen die Nummern der Kurven, in denen die Resultanten von Kombinationen der entsprechenden Wellen ebenso abgeleitet erscheinen, wie dies im vorigen Abschnitt für Komplementärfarben geschehen ist.

Tabelle 2. Unterkomplementäre Farbenpaare.

Rot–Orange V, 1–3	Gelb–Gelbgrün	Grün–Blaugrün VII, 5–6
Rot–Gelb V, 4–5	Gelb–Grün VII, 1	Grün–Cyanblau
Rot–Gelbgrün	Gelb–Blaugrün VII, 2	Grün–Indigoblau VII, 7
Rot–Grün V, 6	Gelb–Cyanblau	Grün–Violett VIII, 1
Orange–Gelb VI, 3	Gelbgrün–Grün	Blaugrün–Cyanblau
Orange–Gelbgrün	Gelbgrün–Blaugrün	Blaugrün–Indigoblau VIII, 2
Orange–Grün VI, 4	Gelbgrün–Cyanblau	Blaugrün–Violett VIII, 4
Orange–Blaugrün VI, 5	Gelbgrün–Indigoblau	Cyanblau–Indigoblau
Cyanblau–Violett	Indigoblau–Violett VIII, 3.	

wenn die Amplituden der Komponenten in Kurve 1: Blau etwas kleiner oder Gelb etwas größer, in Kurve 2: Rot etwas kleiner, in den Kurven 3 und 6: Grün etwas kleiner gewählt würden.

Tabelle 3.

Tafeln	Kurven	Komponierende Wellen		Resultierende Welle	Länge der Perioden in				Dauer der Perioden in
		λ_1	λ_2	λ	λ_1	λ_2	λ	μ	τ
V	1—3	Rot 656	Orange 608	Orange 630	11	12	$11\frac{1}{2}$	7,4	$49\frac{1}{3}$
	4—5	„	Gelb 567	Orange 610	$6\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$	7	4,35	29
	6	„	Grün 528	Goldgelb 585	4	5	$4\frac{1}{2}$	2,5	$16\frac{3}{4}$
VI	3	Orange 608	Gelb 567	„	$13\frac{1}{2}$	$14\frac{1}{2}$	14	8,2	54,6
	4	„	Grün 528	Gelb 565	7	8	$7\frac{1}{2}$	4,23	28,2
	5	„	Blaugrün 492	Gelbgrün 545	$4\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	5	2,72	18,1
VII	1	Gelb 567	Grün 528	„	11	12	$11\frac{1}{2}$	6,27	$41\frac{3}{4}$
	2	„	Blaugrün 492	Grün 528	$6\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$	7	3,65	$24\frac{1}{3}$
	5—6	Grün 528	„	Grün 510	14	15	$14\frac{1}{2}$	7,4	$49\frac{1}{3}$
	7	„	Indigoblau 464	Blaugrün 495	$7\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2}$	8	8	26,8
VIII	1	„	Violett 430	Cyanblau 475	$4\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	5	2,38	15,8
	2	Blaugrün 492	Indigoblau 464	„	$14\frac{1}{2}$	$15\frac{1}{2}$	15	7,12	$47\frac{2}{3}$
	4	„	Violett 430	Indigoblau 460	$7\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2}$	8	3,65	$24\frac{1}{3}$
	3	Indigoblau 464	„	Indigoblau 445	$13\frac{1}{2}$	$14\frac{1}{2}$	14	6,23	$41\frac{1}{2}$

Bei der großen Ähnlichkeit aller durch Kombinationen unterkomplementärer Farbenpaare erhaltenen Kurven erübrigt sich die besondere Besprechung jeder einzelnen derselben. Es sollen vielmehr alsbald an der Hand der in der vorstehenden Tabelle 3 eingetragenen Daten über die verzeichneten 14 Konstruktionen auf den Tafeln V bis VIII die einfachen und gleichartigen Ergebnisse solcher Mischungen zusammenfassend abgehandelt werden.

Aus derartigen Betrachtungen ergeben sich für die Resultanten der Mischungen unterkomplementärer Farbenpaare leicht die folgenden Gesichtspunkte:

Die Wellenlängen der Resultanten entsprechen einem Mittel aus den Werten der Wellenlängen der Komponenten.

Die Amplituden der einzelnen aufeinanderfolgenden Schwingungen zeigen stetige Abnahme bis zu einem Minimum, in dem eine Halbschwingung nahezu oder auch völlig ausfallen kann, von da an wieder ebenso stetiges Ansteigen bis zur Maximalamplitude.

Die Länge der Periode hängt von dem Abstand der Wellenlängen der beiden Komponenten im Spektrum ab: je weiter diese voneinander abstehen, je mehr sie sich also Komplementärfarben nähern, desto kürzer und unregelmäßiger wird die Periode, je näher sie sich stehen, desto länger und regelmäßiger wird die Periode[1]). Sehr benachbarte Spektralfarben geben außerordentlich lange Perioden einer mittleren Wellenlänge, mit nur ganz geringem und allmählichem Dekrement der Amplituden.

Kurz zusammengefaßt erhalten wir also das Ergebnis:

---

[1]) Die Länge der Periode ist mathematisch durch das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der beiden Komponenten gegeben, das um so kleiner wird, je weiter, um so größer, je näher die Wellenlängenzahlen einander stehen. Dabei braucht die Zahl für das kleinste gemeinschaftliche Vielfache nur annähernd erreicht zu werden, um schon eine lange Reihe einander außerordentlich ähnlicher, annähernd identischer aufeinanderfolgender Perioden zu ergeben, die sich nur ganz langsam und allmählich verändern. Beispiel: Orange 609 und Gelb 567 $\mu\mu$. Kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches $= 7 . 3 . 29 . 27 = 16443$. Darin ist enthalten: Orange 609 — 27 mal, Gelb 567 — 29 mal. Vgl. Tabelle 2, Kurve VI/3 (Orange 608 statt 609): Die Periode wiederholt sich nach $^1/_2 . 27\,\lambda_1$ oder $^1/_2 . 29\,\lambda_2$ mit umgekehrter, nach $27\,\lambda_1$ oder $29\,\lambda_2$ mit der gleichen Phase.

Unterkomplementäre Farbenmischungen von zwei Komponenten ergeben resultierende Perioden mittlerer Wellenlängen von Schwebungscharakter, der um so weniger hervortritt, je benachbarter die Wellenlängen der Komponenten sind, um so mehr, je mehr sie sich Komplementärfarben nähern. Bei ganz benachbarten Wellenlängen verschwinden die Schwebungen fast völlig, da sie sich nur ganz langsam ausbilden und in sehr langen Zeiten wiederholen; je weiter die Wellenlängen der Komponenten voneinander abstehen, desto rascher und deutlicher werden die Schwebungen, bis sie endlich für Komplementärfarben in die rasch aufeinanderfolgenden Lichtstöße übergehen, die im vorigen Abschnitte als für die Mischungen dieser charakteristisch bezeichnet worden sind.

Dieses Ergebnis stimmt mit unseren Erfahrungen aus der Farbenlehre gut überein; wenn wir nach dem vorigen Abschnitt die Ausbildung von Schwebungen oder Stößen als für den Weiß-Eindruck erforderlich ansehen, so bedeutet das obige nichts weiter als die Bestätigung der bekannten Tatsache, daß unterkomplementäre Farbenmischungen desto gesättigter werden, je näher benachbart die Wellenlängen ihrer Komponenten sind, desto weißlicher, je mehr sie sich Komplementärfarben nähern, und daß die resultierende Mischfarbe zwischen den Komponenten gelegen erscheint.

Schließlich möge auch an dieser Stelle darauf hingewiesen werden, daß es wie für Komplementärfarben auch denkbar ist, daß sichtbare Resultierende durch unterkomplementäre Kombinationen einer sichtbaren mit einer unsichtbaren — ultraroten oder ultravioletten — Komponente entstehen können, sobald die Wellenlänge jener Resultierenden noch innerhalb des Bereiches des sichtbaren Spektrums fällt.

III. Überkomplementäre Farben (Purpurtöne).

Als überkomplementäre Farbenpaare will ich solche bezeichnen, deren Abstand voneinander im Spektrum größer ist, als der Abstand zweier Komplementärfarben. Ihr Bereich ist viel kleiner als das der unterkomplementären Farbenpaare; es ergeben sich unter Zugrundelegung unserer neungliedrigen Farbenreihe nur die sechs Paare der nachstehenden kleinen Tabelle.

Tabelle 4. Überkomplementäre Farbenpaare.

Farben	Mischfarben	Kurven
Rot—Violett	gesättigter Purpur	IX, 1—3; [VI, 2][1])
Rot—Indigoblau	dunkel Rosa	VI, 1
Orange—Violett	„ „	VI, 7
Rot—Cyanblau	weißlich Rosa	—
Orange—Indigoblau	„ „	VI, 6
Gelb—Violett	„ „	VII, 4

Die Zahlenangaben zu den angeführten sieben Kurven sind in der nachstehenden Tabelle 5 (S. 27) übersichtlich zusammengestellt.

Um das für die „Purpurkombination" Charakteristische festzustellen, ist es erforderlich, zunächst die reinen, dem gesättigten Purpur entsprechenden Kurven Tafel IX, Kurven 1 bis 3, näher zu betrachten. Sie zeichnen sich vor allem durch das einfache und charakteristische, aus der Wellenlehre wohlbekannte Kurvenbild des Quintenintervalls aus, das eine zweiteilige, sechsgipfelige Periode mit drei ganzen Schwingungen aufweist, von denen die beiden endständigen einander gleich, die Mittelschwingung von der halben Wellenlänge dieser und von ganz kleiner Amplitude sind (Tafel IX, Kurve 1). In der Tat finden wir, daß die Wellenlängen 656 und 430 $\mu\mu$ nahezu genau in dem Verhältnis dieses einfachen Intervalls, 3 : 2, stehen[2]). Kleine Unterschiede von dem reinen Intervall bedingen Phasenverschiebungen, die allmählich zu Asymmetrien der Mittelschwingung führen, für den Gesamtcharakter der Kurven aber von keiner wesentlichen Bedeutung sind.

Änderungen des Amplitudenverhältnisses der beiden Komponenten beeinflussen das Kurvenbild in der schon früher (S. 12 ff.) allgemein erörterten Weise. Überwiegt die Violettkomponente (Tafel IX, Kurve 2), so werden die beiden Endschwingungen kürzer, die Mittelschwingung wird länger und größer, das Bild der Periode nähert sich der einfachen Violettkurve; überwiegt die Rotkomponente (Tafel IX, Kurve 3), so werden die Endschwingungen länger, die Mittelschwingung verschwindet fast, das Bild der Periode nähert sich der einfachen Rotkurve. Die Purpurkurve zeichnet sich ferner durch die Kürze ihrer Periode aus: sie ist

[1]) Identisch mit IX, 1.

[2]) Genauer 3 : 1,97; 3 : 2 würden 654 und 436 entsprechen.

Tabelle 5.

Tafeln	Kurven	Komponierende Wellen	Amplitudenverhältnis	Wellenlängen in der Periode in $\mu\mu$		Länge der resultierenden Periode in				Zeitdauer in τ ($= 10^{-15}$ Sek.)				Verhältniszahlen der in der halben Periode aufeinanderfolgenden Amplituden
				Große Amplitud. λ	Kleine Amplitud. λ'	λ_1	λ_2	λ	μ	d. ganzen Periode $= p$	d. größer. Amplitud., total	d. kleinen Amplitud., total	Verhältniszahl	
IX	1	λ_1 Rot 656 λ_2 Violett 430	$^2/_2$	528	260	2	3	$2^1/_2$	1,31	8,7	7	1,7	4 : 1	30 : 18 : 3
IX	2	λ_1 Rot 656 λ_2 Violett 430	$^1/_2$	470	355	2	3	$2^3/_4$	1,31	8,7	6,4	2,3	8 : 3	23,5 : 15,5 : 9,5
IX	3	λ_1 Rot 656 λ_2 Violett 430	$^2/_1$	570 — 740	—	2	3	$2^1/_3$	1,31	8,7	8,7	—	—	23 : 13,5
VI	1	λ_1 Rot 656 λ_2 Indigoblau 464	$^1/_1$	550	320	$2^1/_2$	$3^1/_2$	3	1,64	10,9	7,3	3,6	2 : 1	30,5 : 22,5 : 9
VI	7	λ_1 Orange 608 λ_2 Violett 430	$^1/_1$	510	305	$2^1/_2$	$3^1/_2$	3	1,52	10,1	7,6	2,5	3 : 1	30 : 22,5 : 10
VI	6	λ_1 Orange 608 λ_2 Indigoblau 464	$^1/_1$	528	320	$3^1/_2$	$4^1/_2$	4	2,10	14	10,5	3,5	3 : 1	31 : 26 : 18 : 6
VII	4	λ_1 Gelb 567 λ_2 Violett 430	$^1/_1$	490	270	3	4	$3^1/_2$	1,72	11,5	9,9	1,6	6 : 1	30,5 : 25 : 15 : 3

die kürzeste aus der Mischung sichtbarer Komponenten zu erhaltende Kombination, ihre Länge beträgt um 1,3 μ, die entsprechende Schwingungsdauer 8,7 τ. In den weißlichen Tönen steigen diese Zahlen bis zu 2,1 μ, bzw. 14 τ an.

In dem einfachen Bilde der Purpurkurve treten allmähliche Veränderungen ein, wenn sich die Wellenlängen der Komponenten mehr und mehr von dem einfachen Verhältnis der Quinte entfernen und den Verhältnissen nähern, die den Komplementärfarben eigentümlich sind (vgl. S. 16), so schon in den Kurven Tafel VI, 1 (Rot—Indigo) und 7 (Orange—Violett), und noch mehr in den Kurven Tafel VI, 6 (Orange—Indigo) und Tafel VII, 4 (Gelb—Violett). Diese Veränderungen bestehen in der Hauptsache in dem allmählichen Übergang der kurzen, sechsgipfeligen Purpurperiode (Tafel IX, 1) in längere, sieben- bis neungipfelige Perioden, die denen von Komplementärfarben immer ähnlicher werden. Diese Ergebnisse stimmen mit den Erfahrungen der Farbenlehre ersichtlich wieder recht gut überein.

Fassen wir ähnlich, wie früher (S. 20) für die Komplementärfarben, die fortlaufende Reihe aufeinanderfolgender Perioden des Purpurtones als Ganzes auf, so erhalten wir folgendes Ergebnis: es folgen rasch aufeinander starke Doppelschwingungen von Wellenlängen um 528 $\mu\mu$, die durch ganz kurze Pausen von $^1/_4$ der Zeitdauer jener mit ganz kleinen Amplituden von der halben Wellenlänge jener voneinander getrennt sind. Besonders bemerkenswert ist, wie mir scheint, vom physiologischen Standpunkte, daß 528 $\mu\mu$ die Wellenlänge des dem Purpur komplementären spektralen Grün ist!

Überkomplementären Farbenmischungen (Purpurtönen) entsprechen also regelmäßig aufeinanderfolgende Doppelschwingungen von der mittleren Wellenlänge eines dem Purpur komplementären Grün, mit sehr kurzen Pausen zwischen je zwei Paaren; diese Pausen werden von je einer einfachen Schwingung sehr kleiner Wellenlänge und Amplitude ausgefüllt.

Wir haben es somit auch in der Purpurkurve mit Schwebungen oder Stößen zu tun, aber, wie aus unseren obigen Ableitungen hervorgeht, von ganz anderer Art als wie bei den Resultanten der Komplementärfarben: hier kurze, sechsgipfelige Perioden von äußerst rasch aufeinanderfolgenden regelmäßigen Doppelschwin-

gungen, dort lange, sieben- bis neungipfelige, durch größere Intervalle relativer Ruhe unterbrochene Stöße von der Dauer von drei bis vier großen ganzen Schwingungen.

Entfernen sich die Wellenlängen der zu Purpurmischungen verwendeten Komponenten einseitig oder beidseitig noch weiter voneinander, als die Länge des sichtbaren Spektrums ausmacht, also Rot gegen Ultrarot, Violett gegen Ultraviolett, so geht das Verhältnis der Quinte 2:3 bald in das der Sexte (3:5), dann der Septime (8:15) und endlich in das der Oktave (1:2) — und darüber hinaus — über. So liegt das Verhältnis in den Kurven 4 bis 6 der Tafel V um die Sexte (genau 3 : 4,92) herum [1]), die Verhältnisse in den Kurven 5 und 6 der Tafel VIII liegen etwas über (4:7) und etwas unter (3:7) dem der Oktave, Kurve 7 entspricht genau dem Oktavenverhältnis. Während die Dinge für das Verhältnis 3:5 noch ganz ähnlich liegen wie für reine Purpurkurven, auch bei wechselndem Amplitudenverhältnis (vgl. Tafel IX, Kurven 4 bis 6), zeigen sich bei den Wellenlängenverhältnissen 3:7 und 4:7 schon beträchtlichere Abweichungen und Unregelmäßigkeiten, die sich schließlich mit der Erreichung des Oktavenverhältnisses zu der harmonischen Kurve dieses ausgleichen.

Tafel VIII, Kurve 5 zeigt die Entwickelung der Resultante von Rot 700 und Violett 400 $\mu\mu$ [2]), Wellenlängenverhältnis 4:7 (über der Oktave), eine vielgliedrige, ausgedehnte Periode von mehr als der doppelten Länge der Purpurperiode, 2,82 μ, in der jedoch diese im Mittelteile mMm' einmal rein und deutlich hervortritt.

Tafel VIII, Kurve 6 zeigt die Resultante desselben Rot mit Ultraviolett 300 $\mu\mu$, das Wellenlängenverhältnis also 3:7 (unter der Oktave), eine kurze, unregelmäßige, siebengipfelige Periode, aus der der Purpuranteil nur mehr schwer und entstellt zu entnehmen ist (nn').

Tafel VIII, Kurve 7 endlich, Rot 700 und Ultraviolett 350 $\mu\mu$, entspricht dem reinen Oktavenverhältnis: kürzeste Perioden von der Wellenlänge des verwendeten Rot, 0,7 μ, in der fortlaufenden Reihe betrachtet abwechselnde große und kleine ganze Schwingungen von den Wellenlängen 475 (Cyanblau) und 225 $\mu\mu$. Die

[1]) Genau würde der großen Sexte 650 : 390 oder 655 : 393 $\mu\mu$ entsprechen.

[2]) In der Tafel als Ultraviolett bezeichnet, da nahe der Grenze der Sichtbarkeit (vgl. S. 14).

Beziehung dieser Kurve zur Purpurkurve kann in zweierlei Weisen aufgefaßt werden: entweder als Ausfall einer großen ganzen Schwingung dieser und Verkürzung der verbleibenden Wellenlängen oder aber als Aneinanderreihung von — etwas verkürzten — Purpurkurven pp' mit Zwischenschaltung je einer kleinen ganzen Schwingung $p'p$. Ob diesen Ultrakombinationen sichtbare Effekte entsprechen können, wage ich nicht zu entscheiden, da uns in der Farbenlehre darüber bisher nichts vorliegt. Da aber die großen Amplituden der resultierenden Perioden sämtlich im Bereiche der sichtbaren Wellenlängen liegen, scheint mir die Möglichkeit nicht ausgeschlossen zu sein.

IV. Mehrwellige Kombinationen.

Es ist unmöglich und zugleich wohl auch überflüssig, alle denkbaren einzelnen Fälle oder auch nur Gruppen mehr- und vielwelliger Farbenkombinationen besonders zu behandeln. Nach dem in den vorausgegangenen Abschnitten Erörterten ist leicht einzusehen, daß sich alle solche komplizierten Fälle im Wesen immer wieder auf die einfachen Fälle zurückführen lassen, die bereits besprochen worden sind. Denn wenn sich aus dem Zusammenwirken je zweier Wellen im allgemeinen immer Resultierende ergeben, deren Wellenlängen größerer Amplituden den Mitteln der Wellenlängen der Komponenten entsprechen und nur, je nachdem wir es mit unter- oder überkomplementären Kombinationen zu tun haben, entsprechend den Abständen der Wellenlängen voneinander die für Weiß oder die für Purpur charakteristischen Abweichungen im Wellenbilde auftreten, so ergibt sich leicht für mehrwellige Kombinationen, daß deren Resultanten im allgemeinen voraussichtlich nur durch verschieden starke Ausbildung jener Abweichungen ausgezeichnet sein werden.

Ich möchte deswegen hier nur noch zwei besondere Fälle mehrwelliger Kombinationen als Beispiele kurz erörtern.

1. Wegfall einer ganzen zusammenhängenden Gruppe der Spektralfarben. Zwei dieser einfachen Annahme entsprechende Ableitungen sind in den Kurven 1 und 2 der Tafel X durchgeführt. Kurve 1 stellt die Ableitung der Resultante der vier Farben Rot 656, Orange 608, Gelb 567 und Grün 528 $\mu\mu$ aus der langwelligen Hälfte des Spektrums (in gleichen Amplituden) dar. Es ist uns nun schon leicht verständlich, daß die Mit-

verwendung einer ganzen Reihe oder auch aller zwischenliegenden Wellenlängen an dem Bilde der Resultierenden wenig ändern würde. Auch daß die Resultante eine mittlere Wellenlänge der kombinierten Farben, etwa Goldgelb 590 $\mu\mu$, und daß sie eine lange Schwebungsperiode (etwa 2 μ, bzw. 13,5 τ) aufweist, ergibt sich aus allen vorausgegangenen Erörterungen von selbst. Endlich stimmt dieses Wellenbild wieder vollkommen mit der Erfahrung aus der Farbenlehre, die für eine solche Mischung ein weißliches Goldgelb ergibt.

In ähnlicher Weise ist in Kurve 2 die Resultante von vier Farben aus der kurzwelligen Hälfte des Spektrums, Blaugrün 492, Indigoblau 464, Violett 430 und 400 $\mu\mu$ (Ultraviolett) abgeleitet. Die Resultante weist die mittlere Wellenlänge eines Indigoblau von etwa 450 $\mu\mu$ auf, die Länge der Periode ist 1,72 μ, die Dauer 11,5 τ.

2. Kombination aller Spektralfarben. In Kurve 3 der Tafel X ist diese Konstruktion, und zwar auf Grund der Resultanten der beiden Kurven 1 und 2, ausgeführt, in Kurve 4 ist dieselbe Resultante auf die halben Ordinatenhöhen reduziert dargestellt. Es ergibt sich eine sehr unregelmäßige Periode von 1,87 μ Länge und 12,5 τ Dauer, die im wesentlichen aus kurzen starken Schwebungsstößen von drei ganzen Schwingungen eines Grün von etwa 520 $\mu\mu$ in der Dauer von etwa 5,2 τ besteht, welche in etwas mehr als doppelt so langen Zwischenräumen aufeinanderfolgen; in diesen Zwischenräumen oder -zeiten finden unregelmäßige kleine Schwingungen mit wechselnden Amplituden statt, in deren Reihe jedoch jene mittlere Wellenlänge wiederholt deutlich erkennbar wird. Diese Periode würde also dem Weiß, oder besser gesagt irgend einem weißlichen Farbentone entsprechen, der bei der wirklichen Mischung aller Spektralfarben oder ausgewählter möglichst gleich über das Spektrum verteilter Gruppen solcher in gleichen Intensitäten (Amplituden) auftritt.

Zusammenfassung.

Nach unseren im vorliegenden auf Grund der Undulationshypothese angestellten Betrachtungen wären also Mischfarben, die aus dem Zusammenwirken zweier oder mehrerer Spektralfarben hervorgehen, auf zusammengesetzte Schwingungsperioden zurückzuführen, die im allgemeinen durch folgende Merkmale gekennzeichnet sind:

Die Länge bzw. Zeitdauer der Periode übertrifft die der Komponenten fast immer, meist um ein Vielfaches. Sie ist genau oder wenigstens angenähert durch das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Wellenlängen der Komponenten bestimmt und im allgemeinen desto größer, je näher, desto kleiner, je weiter diese voneinander abstehen. Die Periode besteht aus Gruppen stärkerer und schwächerer Teilschwingungen von je nach der Periodenlänge wechselnder Zahl. Die Teilschwingungen größerer Amplituden haben Wellenlängen von dem Werte des Mittels der Wellenlängen der Komponenten, die kleinen Amplituden, die meist von sehr kurzen Wellenlängen sind, können unter Umständen ganz oder fast ganz auf Null sinken.

Im besonderen haben wir für die aufgestellten komplementären, unterkomplementären und überkomplementären Farbenmischungen folgende Gesetzmäßigkeiten aufgefunden (vgl. S. 20 f., 25 und 28):

Komplementären oder angenähert komplementären Farbenmischungen entsprechen mehr oder weniger unregelmäßige Wellenbilder der resultierenden Perioden, die in der Hauptsache kurzdauernde Schwebungen oder Lichtstöße darstellen.

Unterkomplementäre Farbenmischungen von zwei Komponenten ergeben resultierende Perioden mittlerer Wellenlängen von Schwebungscharakter, der um so weniger hervortritt, je benachbarter die Wellenlängen der Komponenten sind, um so mehr, je mehr sie sich Komplementärfarben nähern.

Überkomplementären Farbenmischungen entsprechen regelmäßig aufeinanderfolgende Doppelschwingungen von der mittleren Wellenlänge eines dem Purpur komplementären Grün, mit sehr kurzen Pausen zwischen je zwei Paaren; diese Pausen werden von je einer einfachen Schwingung sehr kleiner Wellenlänge und Amplitude ausgefüllt.

Die schon in der Einleitung (S. 4) angezogene Analogie mit akustischen Vorgängen kann nun noch etwas weiter ausgedehnt werden. Es wurde dort bereits auf die Analogie der einfachen Sinusschwingungen im Bereiche der Schallwellen und der Ätherwellen — reine Töne dort, reine Spektralfarben hier — und zusammengesetzter Schwingungen mit konstanter Periode — Klänge dort, Mischfarben hier — hingewiesen. Die langgezogenen Perioden unserer unterkomplementären Kombinationen entsprechen nun,

genauer genommen, eigentlich den Schwebungen gewisser unvollkommener Töne auf der einen, weißlichen Farbentönen auf der anderen Seite und führen schließlich allmählich, je weiter sich die unterkomplementären Komponenten voneinander entfernen und Komplementärfarben nähern und besonders auch je mehr Komponenten in die Kombination eingeführt werden, zu den kurzen, unregelmäßigen Schwingungsimpulsen von Stoßcharakter mit fast oder vielleicht zum Teil wirklich völliger Ruhe zwischen den einzelnen Stoßimpulsen (vgl. S. 21), die wir in unseren Ableitungen in gewisser Übereinstimmung mit den Anschauungen der Physiker als für ganz weißliche bis rein weiße Farbentöne charakteristisch gefunden haben und die im Bereiche des Schalles wohl den Übergängen von unvollkommenen Tönen zu bestimmten Geräuschen verglichen werden dürfen. — Eine besondere Stellung nimmt unter den Mischfarben seit jeher der Purpur als die am stärksten gesättigte derselben ein. Ihr Wellenbild entspricht, wie abgeleitet wurde (S. 26 f.), der typischen kurzen Doppelschwingung des Quintenklanges; die Periode der Purpurkurve ist die kürzeste aus der Mischung sichtbarer Komponenten zu erhaltende Resultierende (vgl. S. 28) und nähert sich so in ihrem Charakter am meisten von allen Mischfarbenkurven den einfachen Sinusschwingungen der reinen Spektralfarben. —

Es war außerhalb des Rahmens der vorliegenden Untersuchung gelegen, nach experimentellen Bestätigungen der abgeleiteten Anschauungen zu suchen, da sich diese einfach aus den Elementen der Undulationshypothese logisch entwickeln ließen und mit dieser Hypothese stehen oder fallen.

Die bekannten Erfahrungen der Farbenlehre, auf die im vorstehenden wiederholt verwiesen worden ist, stimmen ja ebenso befriedigend mit den entwickelten Anschauungen überein, wie die neueren Anschauungen der Physiker insbesondere über die Natur des weißen Lichtes, auf die in der Einleitung verwiesen worden ist, und manche anderen Erfahrungen im Bereiche der Optik, wie z. B. in der Lippmannschen Farbenphotographie: allein als Beweise für die Richtigkeit jener können sie ebensowenig ins Treffen geführt werden, wie die von Hartridge, a. a. O.[1]), erwähnten elementaren Experimente aus der Farbenlehre.

[1]) Vgl. S. 1.

Am nächstliegenden könnte es auf den ersten Blick erscheinen, eine experimentelle Bestätigung auf Grund der S. 22 angestellten Überlegung derart zu versuchen, daß durch Erzeugung von Lichtstößen aus homogenem Licht „in der Weise und mit der Frequenz", wie dies unsere Ableitungen fordern, ein mehr oder weniger vollkommener Erfolg „Weiß" zu erzielen gesucht würde. Allein eine kleine Überlegung läßt diesen Weg bald als nahezu aussichtslos erscheinen. Denn abgesehen von der Schwierigkeit der Herstellung des gleichen oder wenigstens ähnlichen Ablaufes der Schwingungen, wie ihn die Kurven fordern, auf einem anderen Wege als wie eben durch die Mischung von Komplementärfarben müßte die Frequenz der Stöße von der Größenordnung von etwa 100 Billionen in der Sekunde sein und ich durfte mich nicht verwundern, als ich mit einer Lichtsirene, die nur bis zu etwa $^1/_4$ Million Stöße in der Sekunde zu erzeugen gestattete, nicht die Spur einer weißlichen Veränderung des Farbentones in den einzelnen Spektralfarben feststellen konnte; diese Zahl war eben noch 400-millionenmal zu klein gegenüber der durch die Theorie geforderten!

Eher als auf solchem Wege könnte vielleicht das eine oder andere beweisende oder wenigstens bestätigende Experiment auf dem Wege der Lippmannschen oder auch der Lumièreschen Farbenphotographie anstellbar erscheinen. Auch an die Verwertung von Kombinationen sichtbarer mit unsichtbaren Komponenten, insbesondere des heute so leicht in großer Intensität zu erhaltenden ultravioletten Lichtes könnte gedacht werden. Vielleicht gibt es noch andere, gangbarere Wege, die mir nicht bekannt sind. Eine genauere Überlegung macht es aber sehr wahrscheinlich, daß ein wirklich einwandfrei beweisendes Experiment nur sehr schwer zu finden und noch schwieriger auszuführen sein dürfte. —

Unsere — eigentlich wohl nicht neue, sondern nur genauer präzisierte — Auffassung des Zustandekommens spektraler Farbenmischungen geht im Wesen, wie ich gezeigt zu haben glaube, darauf hinaus, die objektive Existenz bestimmter, den Mischfarben entsprechender zusammengesetzter Ätheroszillationen vorauszusetzen, und es könnte leicht den Anschein erwecken, als ob dadurch, wenn sie sich als haltbar erweist und durchzudringen vermag, dem Bestande der verschiedenen physiologischen Farbenhypothesen einige Schwierigkeiten bereitet

würden. Sieht man aber näher zu, so wird das Wesen derselben durch jene Auffassung kaum berührt. Nur gewisse hergebrachte Ausdrucksweisen, wie sie in der Einleitung erwähnt worden sind[1]), müßten abgeändert oder fallen gelassen werden: im übrigen kann es den Vertretern der immerhin ja weit gefaßten und daher recht modulationsfähigen derzeit bestehenden Hypothesen, insbesondere der zwei beherrschenden unter ihnen, die ja insgesamt von dem Ideale einer „Erklärung" wohl noch weit entfernt sind, nicht schwer fallen, sie auf der etwas abgeänderten Grundlage in ihrem wesentlichen Bestande zu erhalten.

Tafelerklärung.

Alle Kurven entsprechen einer rund 75000-fachen Vergrößerung ($1\,\mu = 75$ mm). Zeitlich entsprechen 2,25 cm 0,001 billiontel Sekunde ($= 1.10^{-15}$ Sek.). Diese kleine Zeiteinheit wird mit τ bezeichnet.

Gemeinsame Buchstabenbezeichnungen.

NP Beginn einer neuen Periode.
NP_v Beginn einer neuen Periode mit umgekehrter Anfangsphase.
M, *m*, *m'* Mitte einer Periode.
g. A. Gleiche Amplituden.
Av. Amplitudenverhältnis.
Mv. Mischungsverhältnis.
k komplementär.
$-k$ unterkomplementär.
$+k$ überkomplementär.

Tafel I. Einfluß des Phasenunterschiedes.
Zu S. 9 bis 11.

Kurven I—VIII. Resultanten zweier einfacher Wellen von Orange 608 und Ultraviolett 300 $\mu\mu$ mit Phasenunterschieden von 0, $1/16$, $1/8$, $3/16$, $1/4$, $5/16$, $3/8$ und $7/16\,\lambda_1$.

Kurven IX—XII. Resultanten zweier einfacher Wellen von Rot 656 und Blaugrün 492 $\mu\mu$ mit Phasenunterschieden von 0, $1/8$, $1/4$ und $5/16\,\lambda_1$.

Kurven XIII u. XIV. Resultanten zweier einfacher Wellen von Gelb 567 und Violett 430 $\mu\mu$ mit Phasenunterschieden von 0 und $1/19\,\lambda_1$.

Tafel II. Einfluß der Phasenverschiebung.
Zu S. 11 bis 12.

Kurven 1—8a. Wiederkehr der genau gleichen Phasenkombination für Gelb 567 und Violett 430 $\mu\mu$ nach $21\frac{1}{2}\,\lambda_1$ und $29\,\lambda_2$, bzw. $43\,\lambda_1$ und $58\,\lambda_2$.

[1]) Vgl. S. 2.

Tafel III. Einfluß des Amplitudenverhältnisses.
Zu S. 12 bis 13.

Rot 656 und Blaugrün 492 $\mu\mu$, Phasendifferenz 0.
Kurve I. *Av.* 2 : 2, *Mv.* $^1/_2 : {}^1/_2$.
Kurve II. *Av.* 1 : 2, *Mv.* $^1/_3 : {}^2/_3$.
Kurve III. *Av.* 2 : 1, *Mv.* $^2/_3 : {}^1/_3$.
Kurve IV. *Av.* 2 : 1,5, *Mv.* $^4/_7 : {}^3/_7$.
Kurve V. *Av.* 1,5 : 1, *Mv.* $^3/_5 : {}^2/_5$.

Tafel IV. Komplementärfarben.
Zu S. 16 bis 19.

Kurve I. Resultante zweier einfacher Wellen von Gelb 567 und Indigoblau 464 $\mu\mu$. *g. A.*, *k.*
Kurve II. Ebenso: Rot 656 und Blaugrün 492 $\mu\mu$. *g. A.*, *k.*
Kurve III. Ebenso: Grün 528 und Violett 430 $\mu\mu$. *g. A.*, $-k$.
Kurve IV. Ebenso: Rot 656, Grün 528 und Violett 430 $\mu\mu$. *g. A.*
Kurve V. Dieselben drei Komponenten, *Av.* 1 : 2 : 1.
Kurve VI. Resultante zweier einfacher Wellen von Rot 700 und Grün 528 $\mu\mu$. *g. A.*, $-k$.

Tafel V. Unterkomplementäre Mischungen mit Rot.
Zu S. 22 bis 25.

Kurven I—III. Resultante zweier einfacher Wellen von Rot 656 und Orange 608 $\mu\mu$, *g. A.* I Anfang, II Fortsetzung, III Ende einer langen Periode.
Kurven IV u. V. Ebenso: Rot 656 und Gelb 567 $\mu\mu$, *g. A.* IV Anfang, V Ende; kürzere Periode.
Kurve VI. Ebenso: Rot 656 und Grün 528 $\mu\mu$, *g. A.* Periode von der mittleren Wellenlänge der Teilschwingungen = Goldgelb 585 $\mu\mu$ (gestrichelt eingezeichnet).
Kurve VII. Ebenso: Rot 656 und Blaugrün 492 $\mu\mu$, *g. A.*, *k* (vgl. Tafel IV, Kurve II); kürzeste Periode.

Tafel VI. Über- und unterkomplementäre Mischungen mit Rot und mit Orange.
Zu S. 22 bis 29.

Kurve I. Resultante zweier einfacher Wellen von Rot 656 und Indigoblau 464 $\mu\mu$, *g. A.*, $+k$. Purpur.
Kurve II. Ebenso: Rot 656 und Violett 430 $\mu\mu$, *g. A.*, $+k$. Typische kurze „Purpurperiode" mit zunehmender Phasenverschiebung.
Kurve III. Orange 608 und Gelb 567 $\mu\mu$, *g. A.*, $-k$. Anfang der langen Periode. Die Konvergenz der Amplitudengrößen ist durch die zwei gestrichelten Geraden hervorgehoben.
Kurve IV. Orange 608 und Grün 528 $\mu\mu$, *g. A.*, $-k$. Hälfte der Periode.
Kurve V. Orange 608 und Blaugrün 492 $\mu\mu$, *g. A.*, $-k$, nahe k. NP_r mit kleiner Phasenverschiebung.

Kurve VI. Orange 608 und Indigoblau 464 $\mu\mu$, *g. A.*, $+k$, nahe k.

Kurve VII. Orange 608 und Violett 430 $\mu\mu$, *g. A.*, $+k$. Die Resultante nähert sich der typischen Purpurkurve (vgl. Kurve II).

Tafel VII. Mischungen mit Gelb und mit Grün.

Zu S. 22 bis 28.

Kurve I. Gelb 567 und Grün 528 $\mu\mu$, *g. A.*, $-k$. Anfang der langen Periode.

Kurve II. Gelb 567 und Blaugrün 492 $\mu\mu$, *g. A.*, $-k$. Periode von der mittleren Wellenlänge der Teilschwingungen = Grün 528 $\mu\mu$ (gestrichelt eingezeichnet).

Kurve III. Gelb 567 und Indigoblau 464 $\mu\mu$, *g. A.*, k. Identisch mit Kurve I, Tafel IV.

Kurve IV. Gelb 567 und Violett 430 $\mu\mu$, *g. A.*, $+k$. Die Periode verkürzt, Annäherung an die Purpurkurve. NP mit kleiner Phasenverschiebung.

Kurve V u. VI. Grün 528 und Blaugrün 492 $\mu\mu$, *g. A.*, $-k$. V Anfang, VI Fortsetzung der langen Periode bis über die Mitte.

Kurve VII. Grün 528 und Indigoblau 464 $\mu\mu$, *g. A.*, $-k$. Anfang bis Mitte der Periode.

Tafel VIII. Weitere Mischungen mit Grün bis Violett und Ultraviolett.

Zu S. 22 bis 30.

Kurve I. Grün 528 und Violett 430 $\mu\mu$, *g. A.*, $-k$, nahe k.

Kurve II. Blaugrün 492 und Indigoblau 464 $\mu\mu$, *g. A.*, $-k$. Beginn der langen Periode.

Kurve III. Indigoblau 464 und Violett 430 $\mu\mu$, *g. A.*, $-k$. Beginn der langen Periode.

Kurve IV. Blaugrün 492 und Violett 430 $\mu\mu$, *g. A.*, $-k$. Kürzere Periode.

Kurve V. Rot 700 und Ultraviolett 400 $\mu\mu$, *g. A.*, $+k$. Lange Periode; der Mittelteil mMm' entspricht einer typischen sechsgipfeligen Purpurkurve.

Kurve VI. Rot 700 und Ultraviolett 300 $\mu\mu$, *g. A.*, $+k$. Sehr kurze asymmetrische, siebengipfelige Perioden. NP_v mit kleinen Phasenverschiebungen.

Kurve VII. Rot 700 und Ultraviolett 350 $\mu\mu$, *g. A.*, $+k$. Reines Oktavenverhältnis. Kürzeste, viergipfelige Perioden von der Wellenlänge des verwendeten Rot.

Tafel IX. Purpurtöne.

Zu S. 26 bis 29.

Kurven I—III. Rot 656 und Violett 430 $\mu\mu$. Kurze sechsgipfelige Perioden, die mit gleichen Anfangsphasen und kleiner Phasenverschiebung aufeinanderfolgen. I. *Av.* 2 : 2 (= *g. A.*), Purpurkurve mit schwacher Mittelschwingung. II. *Av.* 1 : 2, mit starker Mittelschwingung (Überwiegen der Violettkurve). III. *Av.* 2 : 1, mit verschwindender Mittelschwingung (Überwiegen der Rotkurve).

Kurven IV—VI. Rot 656 und Ultraviolett 400 $\mu\mu$. Sehr kurze fünfgipfelige Perioden, die mit entgegengesetzten Anfangsphasen und kleiner Phasenverschiebung aufeinanderfolgen. IV. *Av.* 2 : 2 (= *g. A.*), mit mittleren großen, V. *Av.* 1 : 2, mit starken, durch das Überwiegen der Violettkurve bedingten, VI. *Av.* 2 : 1, mit fast ausgeglichenen Mittelschwingungen.

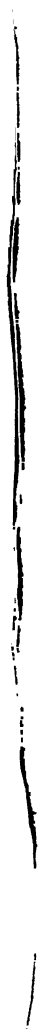
Tafel X. Mischungen von vier und acht Komponenten.

Zu S. 30 bis 31.

Kurve I. Rot 656, Orange 608, Gelb 567 und Grün 528 $\mu\mu$, *g. A.* Lange Periode, aus drei abnehmenden und drei wieder zunehmenden Schwingungen von der mittleren Wellenlänge eines Goldgelb von etwa 590 $\mu\mu$ und einem Mittelstück mm' von ungefähr der gleichen Länge mit fast verschwindender Amplitude bestehend.

Kurve II. Blaugrün 492, Indigoblau 464, Violett 430 und Ultraviolett 400 $\mu\mu$, *g. A.* Ähnlich wie Kurve I, resultierende mittlere Wellenlänge eines Indigoblau von etwa 450 $\mu\mu$.

Kurve III. Kombination der beiden Resultierenden der Kurven I und II. Sehr unregelmäßige, lange Periode, in deren Einzelstößen anfangs deutlich, aber auch späterhin noch die mittlere Wellenlänge eines Grün von etwa 520 $\mu\mu$ erkennbar ist. Die kleineren Unregelmäßigkeiten der Kurve sind auf die unvermeidlichen Ungenauigkeiten der Konstruktion zurückzuführen.

Kurve IV. Die acht Komponenten mit der Resultanten aus der Kurve III, deren Ordinatenhöhen auf die Hälfte reduziert worden sind.

Orange 600–Uviol.300
V
1/4
VI
5/16
VII
3/8
VIII
7/16
Rot 656–Blaugrün 4
Gelb 567–Violett